

文章编号: 1002-8055(2009)11-2532-06

附件机匣出油口温度可靠性灵敏度分析的 响应面方法

史妍妍¹, 孙志礼¹, 李国权², 郭 梅², 闫 明³

(11 东北大学 机械工程与自动化学院, 沈阳 110004;

21 中国航空工业集团公司沈阳发动机设计研究所, 沈阳 110015;

31 沈阳工业大学 机械工程学院, 沈阳 110178)

摘 要: 针对极限状态函数未知的可靠性灵敏度分析问题, 提出了用响应面方法获取极限状态函数, 再利用该极限状态函数进行可靠性灵敏度分析的方法, 并推导了相关计算公式. 综合考虑了机匣进油口的滑油流量、温度以及机匣外二股气流的温度、流速等变量的随机性, 采用该方法计算了附件机匣出油口温度的可靠度及各随机变量对可靠度的灵敏度. 计算结果与相关文献中定性分析的结论一致, 故所提出的可靠性灵敏度分析方法及相关计算公式是正确和有效的, 为附件机匣及其相关附件的可靠性设计与优化提供了定量的理论依据.

关 键 词: 可靠性灵敏度分析; 响应面方法; 极限状态函数; 附件机匣; 可靠性设计

中图分类号: V233; TB1 141.3

文献标识码: A

Response surface method of reliability sensitivity analysis for accessory gearbox outlet temperature

SHI Yan¹, SUN Zhili¹, LI Guoquan², GUO Mei², YAN Ming³

(11 School of Mechanical Engineering and Automation,
Northeastern University, Shenyang 110004, China;

21 Shenyang Aeroengine Research Institute, Aviation Industry Corporation of China,
Shenyang 110015, China;

31 School of Mechanical Engineering,
Shenyang University of Technology, Shenyang 110178, China)

Abstract: To resolve the reliability sensitivity analysis problems of unknown limit state function, a reliability sensitivity analysis method that uses response surface method (RSM) to get the ultimate state function for reliability sensitivity analysis was proposed, and the correlative formulas were deduced. The randomness of the flux and temperature of the lubricant at accessory gearbox inlet, and that of the temperature and velocity of the airflow outside accessory gearbox were considered; and the reliability of accessory gearbox outlet temperature and the reliability sensitivity of various random variables were calculated by the method of this paper. The result is consistent to references, showing that the method of reliability sensitivity analysis and the correlative formulas are correct and efficient. The method provides quantitative theoretical warranties for the reliability design and optimization of correlative accessories and accessory gearbox itself.

收稿日期: 2008-12-24; 修订日期: 2009-02-26

基金项目: 航空推进技术验证计划项目 (APT1001A201)

作者简介: 史妍妍 (1980-), 女, 辽宁锦州人, 博士生, 主要从事传热理论研究、机械可靠性设计.

Key words: reliability sensitivity analysis; response surface method;
ultimate state function; accessory gear box; reliability design

可靠性灵敏度分析是可靠性设计中非常重要的一项工作, 它可以提供基本随机变量分布参数的变化引起的可靠性的变化率信息^[1], 因而有必要对可靠性灵敏度分析的方法进行研究。

目前, 可靠性灵敏度分析方法有多种, 一般可分为近似解析法和数字模拟法^[2]。前者以改进的一次二阶矩可靠性灵敏度分析方法为代表, 其主要缺陷是对极限状态函数的解析表达式具有较强的依赖性; 后者以 Monte Carlo 法为代表, 它不受极限状态函数形式的限制, 可用于极限状态函数未知的情况^[1], 然而, 基于 Monte Carlo 直接模拟的可靠性灵敏度分析方法动辄需要数万次循环调用有限元程序, 其庞大的计算工作量在工程上是不可接受的。响应面方法就像一个黑匣子, 它不需要知道结构系统里面的情况, 只要用一个拟合关系式把输入、输出联系起来, 就可以比较方便地建立受多种因素影响问题的数学模型^[3], 从而为解决极限状态函数未知的可靠性灵敏度分析问题提供了一条新途径。

附件传动机匣简称附件机匣, 是航空发动机的重要传动和散热部件^[4]。确定工作状态下的附件机匣出油口温度, 是衡量附件机匣散热性能的重要指标。过高的温度将严重影响油气分离器、滑油冷却器等多种附件的工作性能, 可视为附件机匣的一种失效形式。把附件机匣不发生这种失效的概率, 定义为附件机匣出油口温度的可靠度^[5]。它受到多种随机因素的影响, 且各种随机因素的影响程度不同。因此, 研究附件机匣出油口温度的可靠度及各随机变量对可靠度的灵敏度, 对于附件机匣及其相关附件的可靠性设计与优化具有重要意义。本文用响应面方法建立了附件机匣出油口温度的极限状态函数, 并利用该极限状态函数计算了附件机匣出油口温度的可靠度及各个变量的可靠性灵敏度。

1 响应面方法

响应面方法中较为常用的是二阶响应面模型, 其基本思想是: 在结构的真实响应 Y 未知的情况下, 假定 Y 与影响结构的随机参数向量 $X = [X_1, X_2, \dots, X_{N_r}]$ 的关系可用某含有交叉项的二次函数描述, 如式(1)所示。用某种取样方法得到随机参数向量的 N_s 个样本点, 对这 N_s 个样本

点进行试验或数值分析得到结构响应的一组样本点 $(y_1, y_2, \dots, y_{N_s})$, 回归分析得到响应面函数中待定因子的最小二乘估计, 从而得到响应面函数, 在以后的分析中用响应面函数代替结构的真实响应。

$$\hat{Y} = C_0 + \sum_{i=1}^{N_r} C_i X_i + \sum_{i=1}^{N_r} \sum_{j=1}^{N_r} C_{ij} X_i X_j \quad (1)$$

式中 C_0, C_i, C_{ij} ($i = 1, \dots, N_r; j = i, \dots, N_r$) 是待定系数, 共 $N_r + 1 + N_r(N_r + 1)/2$ 个。

一种好的取样方法不仅可以减少样本点的数量, 而且可以提高响应面的精度。本文采用一种高效的取样方法))) Box2Behnken 取样。该方法对每个随机变量取 3 个概率水平点, 然后按照一定的规则组合出中心点和边中点作为样本点^[6]。图 1 表示三变量 (X_1, X_2, X_3) 的 Box2Behnken 样本点。

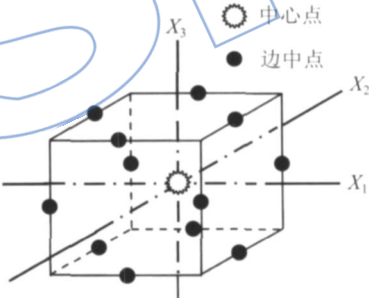


图 1 Box2Behnken 样本点

Fig. 1 Sample set based on Box2Behnken

对于任意分布的随机变量可用式(2) 确定随机变量概率水平点值 x_s

$$\int_{-\infty}^{x_s} f(x) dx = p_n, \quad n = 1, 2, 3 \quad (2)$$

式中 $f(x)$ 是随机变量的分布密度函数; p_n 表示概率水平, 取 $p_1 = 0.1, p_2 = 0.5, p_3 = 0.9$ 。

对随机参数的 N_s 个样本点进行数值计算, 得到 N_s 个输出点 $(y_1, y_2, \dots, y_{N_s})$, 对这些数据用最小二乘法进行回归分析

$$s = \sum_{i=1}^{N_s} \hat{E}^2 = \sum_{i=1}^{N_s} \left[y_i - \left(C_0 + \sum_{i=1}^{N_r} C_i X_i + \sum_{i=1}^{N_r} \sum_{j=1}^{N_r} C_{ij} X_i X_j \right) \right]^2 \quad (3)$$

式中 E 为误差项. 为使误差项最小, 则有

$$\begin{cases} \frac{5s}{5C_0} = 0 \\ \frac{5s}{5C_i} = 0 & i = 1, 2, \dots, N_r \\ \frac{5s}{5C_j} = 0 & i = 1, 2, \dots, N_r; j = i, \dots, N_r \end{cases} \quad (4)$$

求解式(4), 可以得到式(1)中各系数的估计值, 从而得到响应面函数.

2 可靠度计算

假定附件机匣出油口温度的最高许用值为 $t_{\max}$, 则用响应面方法获取的极限状态函数为

$$g(X) = t_{\max} - \hat{Y} = t_{\max} - \left(C_0 + \sum_{i=1}^{N_r} C_i X_i + \sum_{i=1}^{N_r} \sum_{j=i}^{N_r} C_{ij} X_i X_j \right) \quad (5)$$

显然, 式(5) 是形式简单的二次函数, 便于实现方差和偏导的计算, 使可靠性灵敏度的计算简单易行; 而且, 该极限状态函数天然地包括一次项、二次项及二次交叉项的信息, 保证了计算精度.

式(5) 中各随机参数相互独立, 均值矩阵和方差矩阵分别为 $L = [L_1, L_2, \dots, L_{N_r}]$, $D = [D_1, D_2, \dots, D_{N_r}]$, 则

$$E(X_i^2) = E^2(X_i) + D(X_i) = L_i^2 + D_i \quad (6)$$

$$E(X_i X_j) = E(X_i)E(X_j) = L_i L_j \quad (7)$$

$$D(X_i^2) = 4L_i^2 D_i + 2D_i \quad (8)$$

$$D(X_i X_j) = L_i^2 D_j + L_j^2 D_i + D_i D_j \quad (9)$$

由此可得

$$E[g(X)] = L_g(L_1, L_2, \dots, L_{N_r}, D_1, D_2, \dots, D_{N_r}) \quad (10)$$

$$D[g(X)] = D_g(L_1, L_2, \dots, L_{N_r}, D_1, D_2, \dots, D_{N_r}) \quad (11)$$

由此, 可靠性指标为

$$B = \frac{L_g}{\sqrt{D_g}} \quad (12)$$

若 $g(X)$ 服从正态分布, 可靠度为

$$R = 5(B) \quad (13)$$

式中 $5(\cdot)$ 为标准正态分布函数.

任意分布通过当量正态化都可以转换为等效正态分布^[5].

3 可靠性灵敏度计算

可靠度对基本随机参数向量的均值矩阵 L 和方差矩阵 D 的灵敏度为

$$\frac{5R}{5L^T} = \frac{5R}{5B} \left(\frac{5B 5L_g}{5L_g 5L^T} + \frac{5B 5D_g}{5D_g 5L^T} \right) \quad (14)$$

$$\frac{5R}{5D^T} = \frac{5R}{5B} \left(\frac{5B 5L_g}{5L_g 5D^T} + \frac{5B 5D_g}{5D_g 5D^T} \right) \quad (15)$$

式中

$$\begin{cases} \frac{5R}{5B} = \Phi(B); \frac{5B}{5L_g} = \frac{1}{\sqrt{D_g}} \\ \frac{5B}{5D_g} = -\frac{L_g}{2D_g} \frac{1}{\sqrt{D_g}} \\ \frac{5L_g}{5L^T} = \left[\frac{5L_g}{5L_1}, \frac{5L_g}{5L_2}, \dots, \frac{5L_g}{5L_{N_r}} \right]^T \\ \frac{5L_g}{5D^T} = \left[\frac{5L_g}{5D_1}, \frac{5L_g}{5D_2}, \dots, \frac{5L_g}{5D_{N_r}} \right]^T \\ \frac{5D_g}{5L^T} = \left[\frac{5D_g}{5L_1}, \frac{5D_g}{5L_2}, \dots, \frac{5D_g}{5L_{N_r}} \right]^T \\ \frac{5D_g}{5D^T} = \left[\frac{5D_g}{5D_1}, \frac{5D_g}{5D_2}, \dots, \frac{5D_g}{5D_{N_r}} \right]^T \end{cases} \quad (16)$$

4 计算实例

在飞机的某个飞行状态下, 附件机匣进油口的滑油流量 L 及温度 t_{in} , 附件机匣外二股气流的温度 T_{air} 及流速 v 是随机变量^[7]. 假定以上随机变量服从正态分布, 其均值和标准差在表 1 中列出.

表 1 各变量的平均值和标准差

Table 1 Mean and standard deviation of all variation

变量	$L/(L/min)$	$t_{in}/^{\circ}C$	$t_{air}/^{\circ}C$	$v/(m/s)$
均值	8	110	10	20
标准差	1	4	2	4

根据 Box2Behnken 取样方法和式(2) 计算出样本点数值列入表 2.

根据表 2 中的样本点经过 25 次有限元模拟^[8], 得到附件机匣出油口温度的 25 个响应值, 列入表 2 的最后一列. 根据表 2 中数据和式(3)、式(4) 得到附件机匣出油口温度的响应面函数为

$$\begin{aligned} \hat{Y} = & -1641.45 - 81.832L + 01.732t_{air} + \\ & 51.619t_{in} - 11.005v + 01.541L^2 - \\ & 01.034Lt_{air} - 01.042Lt_{in} + 01.017Lv - \\ & 01.033t_{air}^2 + 01.010t_{air}t_{in} - 01.007t_{air}v - \\ & 01.019t_{in}^2 - 01.001t_{in}v + 01.017v^2 \end{aligned}$$

表 2 Box-Behnken 取样样本点及响应值
Table 2 Sample points and response values of Box-Behnken method

样本点	L/ (L/ min)		t _{in} / e		t _{air} / e		v/ (m/s)		输出
	水平	取值	水平	取值	水平	取值	水平	取值	y _i / e
1	p ₂	8 00	p ₂	110 00	p ₂	10 00	p ₂	20 00	147 20
2	p ₁	6 72	p ₂	110 00	p ₁	7 44	p ₂	20 00	151 24
3	p ₃	9 28	p ₂	110 00	p ₁	7 44	p ₂	20 00	139 50
4	p ₁	6 72	p ₂	110 00	p ₃	12 56	p ₂	20 00	155 44
5	p ₃	9 28	p ₂	110 00	p ₃	12 56	p ₂	20 00	143 26
6	p ₂	8 00	p ₁	104 87	p ₂	10 00	p ₁	14 87	142 62
7	p ₂	8 00	p ₃	115 13	p ₂	10 00	p ₁	14 87	154 44
8	p ₂	8 00	p ₁	104 87	p ₂	10 00	p ₃	25 13	138 89
9	p ₂	8 00	p ₃	115 13	p ₂	10 00	p ₃	25 13	150 58
10	p ₁	6 72	p ₂	110 00	p ₂	10 00	p ₁	14 87	157 17
11	p ₃	9 28	p ₂	110 00	p ₂	10 00	p ₁	14 87	144 64
12	p ₁	6 72	p ₂	110 00	p ₂	10 00	p ₃	25 13	151 78
13	p ₃	9 28	p ₂	110 00	p ₂	10 00	p ₃	25 13	139 69
14	p ₂	8 00	p ₁	104 87	p ₁	7 44	p ₂	20 00	137 96
15	p ₂	8 00	p ₁	104 87	p ₃	12 56	p ₂	20 00	142 04
16	p ₂	8 00	p ₃	115 13	p ₁	7 44	p ₂	20 00	150 27
17	p ₂	8 00	p ₃	115 13	p ₃	12 56	p ₂	20 00	154 86
18	p ₁	6 72	p ₁	104 87	p ₂	10 00	p ₂	20 00	148 48
19	p ₃	9 28	p ₁	104 87	p ₂	10 00	p ₂	20 00	136 87
20	p ₁	6 72	p ₃	115 13	p ₂	10 00	p ₂	20 00	160 30
21	p ₃	9 28	p ₃	115 13	p ₂	10 00	p ₂	20 00	147 60
22	p ₂	8 00	p ₂	110 00	p ₁	7 44	p ₁	14 87	148 32
23	p ₂	8 00	p ₂	110 00	p ₃	12 56	p ₁	14 87	151 55
24	p ₂	8 00	p ₂	110 00	p ₁	7 44	p ₃	25 13	144 94
25	p ₂	8 00	p ₂	110 00	p ₃	12 56	p ₃	25 13	147 79

假定附件机匣出油口温度的最高许用值 $t_{\max}$ 为 200 e , 根据式(5), 得到极限状态函数为

$$g(X)= t_{\max}- \hat{Y}= 364 45+ 81 832L- 01 732t_{air}- 51 619t_{in}+ 11 005v- 01 541L^2+ 01 034Lt_{air}+ 01 042Lt_{in}- 01 017Lv+ 01 033t_{air}^2- 01 010t_{air}t_{in}+ 01 007t_{air}v+ 01 019t_{in}^2+ 01 001t_{in}v- 01 017v^2$$

对上式应用 Monte Carlo 模拟得到 $g(X)$ 的频率直方图(图 2), 在正态概率纸上作出 $g(X)$ 分布图(图 3), 呈直线分布, 因此 $g(X)$ 服从正态分布^[9]. 此外通过对上式的 Monte Carlo 模拟还得到以下数据

$$u_g= 1811 509, \quad R_g= 871 560$$

于是

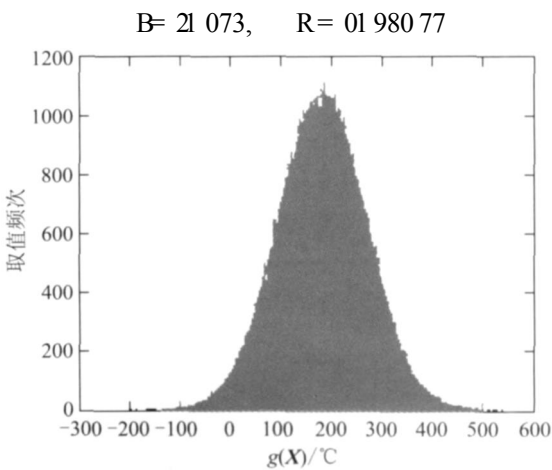


图 2 $g(X)$ 的频率直方图
Fig.2 Frequency histogram of $g(X)$

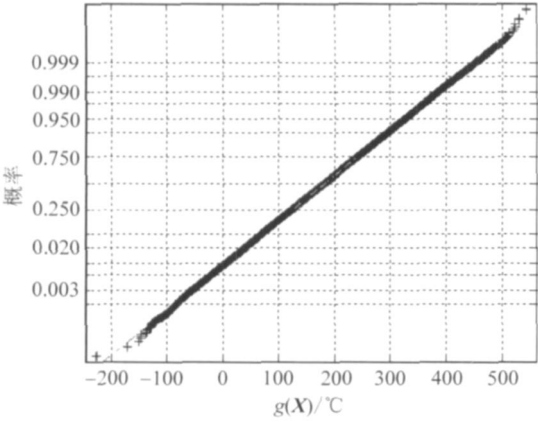


图 3 $g(X)$ 正态分布检验图

Fig. 3 Normal distribution inspection diagram of $g(X)$

由式(6)、式(7)、式(10)得到

$$\begin{aligned} L_g = E[g(X)] = & 364145 + 81832L_L - \\ & 01732L_{t_{in}} - 51619L_{t_{in}} + 11005L_v - \\ & 01541(L_L^2 + D_L) + 01034L_L L_{t_{air}} + 01042L_L L_{t_{in}} - \\ & 01017L_L L_v + 01033(L_{t_{air}}^2 + D_{t_{air}}) - \\ & 01010L_{t_{air}} L_{t_{in}} + 01007L_{t_{air}} L_v + \\ & 01019(L_{t_{in}}^2 + D_{t_{in}}) + 01001L_{t_{in}} L_v - \\ & 01017(L_v^2 + D_v) \end{aligned}$$

由式(8)、式(9)、式(11)得到

$$\begin{aligned} D_g = D[g(X)] = & 81832^2 D_L + 01732^2 D_{t_{air}} + \\ & 51619^2 D_{t_{in}} + 11005^2 D_v + 01541^2(4L_L^2 D_L + 2D_L) + \\ & 01034^2(L_L^2 D_{t_{air}} + L_{t_{air}}^2 D_L + D_L D_{t_{air}}) + \\ & 01042^2(L_L^2 D_{t_{in}} + L_{t_{in}}^2 D_L + D_L D_{t_{in}}) + \\ & 01017^2(L_L^2 D_v + L_v^2 D_L + D_v D_L) + \\ & 01033^2(4L_{t_{air}}^2 D_{t_{air}} + 2D_{t_{air}}) + \\ & 01010^2(L_{t_{air}}^2 D_{t_{in}} + L_{t_{in}}^2 D_{t_{air}} + D_{t_{air}} D_{t_{in}}) + \\ & 01007^2(L_{t_{air}}^2 D_v + L_v^2 D_{t_{air}} + D_{t_{air}} D_v) + \\ & 01019^2(4L_{t_{in}}^2 D_{t_{in}} + 2D_{t_{in}}) + \\ & 01001^2(L_{t_{in}}^2 D_v + L_v^2 D_{t_{in}} + D_{t_{in}} D_v) + \\ & 01017^2(4L_v^2 D_v + 2D_v) \end{aligned}$$

于是, $L_g = 1811502$, $R_g = 871556$ 与 Monte Carlo 模拟所得数据相近。

L_g 和 D_g 对均值矩阵 L 和方差矩阵 D 的偏导过程略去, 得到

$$\begin{aligned} \frac{5R}{5L^T} &= \begin{bmatrix} \frac{5R}{5L_L} & \frac{5R}{5L_{t_{in}}} & \frac{5R}{5L_{t_{air}}} & \frac{5R}{5L_v} \end{bmatrix}^T = \\ & [010631 \quad -011726 \quad -010377 \quad 010173]^T \\ \frac{5R}{5D^T} &= \begin{bmatrix} \frac{5R}{5D_L} & \frac{5R}{5D_{t_{in}}} & \frac{5R}{5D_{t_{air}}} & \frac{5R}{5D_v} \end{bmatrix}^T = \\ & [-011511 \quad -010373 \quad -010008 \quad -01017]^T \end{aligned}$$

从可靠度对随机参数向量均值的灵敏度矩阵

$\frac{5R}{5L^T}$ 可以看出, 附件机匣进油口的滑油流量 L 、附件机匣外二股气流的流速 v 的均值增加可靠度增加; 附件机匣进油口的滑油温度 t_{in} , 附件机匣外二股气流的温度 t_{air} 的均值增加可靠度降低; 可靠度对 t_{in} 的均值的灵敏度较大。从可靠度对随机参数向量的方差的灵敏度矩阵 $\frac{5R}{5D^T}$ 可以看出, 任何

基本随机参数的方差增加可靠度都降低, 可靠度对 L 的方差的灵敏度较大。对可靠度越敏感的参数在设计过程中越应该严格控制。上面的计算结果与文献[7]中定性分析的结论一致, 表明所给出的可靠性灵敏度分析方法及相关计算公式是正确和有效的, 从而为附件机匣及其相关附件的可靠性设计与优化提供了定量的理论依据。

此外, 与直接 Monte Carlo 法动辄数万次循环调用有限元程序的巨大工作量相比, 该方法极大的提高了分析效率。

5 结 论

1) 提出了一种用响应面方法获取极限状态函数, 并利用该极限状态函数进行可靠性灵敏度分析的方法, 该方法可用于极限状态函数未知的情况, 并且极大的提高了分析效率。

2) 用响应面方法获取的极限状态函数具有统一的形式, 故所推导的可靠度和可靠性灵敏度计算公式具有通用性。

3) 该极限状态函数是形式简单的二次函数, 便于进行方差和偏导的计算, 使可靠度及可靠性灵敏度的计算简单易行。而且, 该极限状态函数天然地包括一次项、二次项及二次交叉项的信息, 保证了计算精度。

4) 实例计算结果与文献[7]中定性分析的结论一致, 表明所给出的可靠性灵敏度分析方法及相关计算公式是正确和有效的, 为附件机匣及其相关附件的可靠性设计与优化提供了定量的理论依据。

参考文献:

[1] 宋述芳, 吕震宙, 傅霖. 基于线抽样的可靠性灵敏度分析方法[J]. 力学学报, 2007, 39(4): 564-567
SONG Shufang, LYU Zhenzhou, FU Lin. Reliability sensitivity algorithm based on line sampling[J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2007, 39(4): 564-567 (in Chinese)

- [2] 万越, 吕震宙, 袁修开. 重要抽样可靠性灵敏度的方差分析[J]. 机械强度, 2008, 30(4): 602-611.
WAN Yue, LI Zhenzhou, YUAN Xiukai. Variance analysis of importance sampling based reliability sensitivity [J]. Journal of Mechanical Strength, 2008, 30(4): 602-611 (in Chinese)
- [3] 吴雄, 王中伟, 焦绍球, 等. 气体二次喷射推力矢量控制的响应面优化设计[J]. 航空动力学报, 2007, 22(9): 1562-1572
WU Xiong, WANG Zhongwei, JIAO Shaoqiu, et al. Optimization of response surface of secondary gas injection thrust vector control [J]. Journal of Aerospace Power, 2007, 22(9): 1562-1572 (in Chinese)
- [4] 航空发动机设计手册总编委会. 航空发动机设计手册第 12 册 [M]. 北京: 航空工业出版社, 2002: 532-552
- [5] 孙志礼, 陈良玉. 实用机械可靠性设计理论与方法 [M]. 北京: 科学出版社, 2003
- [6] Box G, Behnken D. Some new three level designs for the study of quantitative variables[J]. Technometrics, 1960, 2(4): 452-476
- [7] 吴鸿, 李国权, 齐乐华. 基于 ANSYS 的附件机匣抽油口润滑油温度计算[J]. 航空发动机, 2006, 32(3): 312-315
WU Hong, LI Guoquan, QI Lehua. Lubrication temperature calculation of the oil outlet for accessory gearbox based on ansys[J]. Aeroengine, 2006, 32(3): 312-315 (in Chinese)
- [8] 孙志礼, 闫明, 杨强. 附件机匣出油口润滑油温度计算方法[J]. 东北大学学报(自然科学版), 2006, 27(6): 682-688
SUN Zhili, YAN Ming, YANG Qiang. Computation of lubricant temperature at outlet of accessory gearbox[J]. Journal of Northeastern University (Natural Science), 2006, 27(6): 682-688 (in Chinese)
- [9] 刘惟信. 机械可靠性设计 [M]. 北京: 清华大学出版社, 1996.